

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t \\ y = a \cdot \sin^3 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Длина дуги найдем по формуле

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt.$$

$$x'_t = -a \cdot 3 \cdot \cos^2 t \cdot \sin t = -3a \cdot \cos^2 t \cdot \sin t$$

$$y'_t = a \cdot 3 \cdot \sin^2 t \cdot \cos t = 3a \cdot \sin^2 t \cdot \cos t.$$

$$L_{1/4} = \int_0^{\pi/2} \sqrt{(-3a \cdot \cos^2 t \cdot \sin t)^2 + (3a \cdot \sin^2 t \cdot \cos t)^2} dt.$$

$$= 3a \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^4 t \cdot \sin^2 t + \sin^4 t \cdot \cos^2 t} dt =$$

$$= 3a \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^2 t \cdot \sin^2 t (\cos^2 t + \sin^2 t)} dt =$$

$$= 3a \int_0^{\pi/2} \cos t \cdot \sin t dt = \frac{3a}{4} \int_0^{\pi/2} \sin 2t d2t =$$

$$= -\frac{3a}{4} \cos 2t \Big|_0^{\pi/2} = -\frac{3a}{4} (-1 - 1) = \frac{3a}{2}.$$

- длина одной четвертинки.

Всего таких будет 4.

$$L = 4 \cdot L_{1/4} = \frac{4 \cdot 3a}{2} = 6a.$$

Ответ:  $6a = L$ .