

Найти производную второго порядка для неявно заданной функции:

$$1) \sin y = 5 + xy^2$$

$$\sin y = 5 + xy^2$$

$$\cos y y' = 0 + xy^2$$

$$\cos y y' = 0 + y^2 + x y^2$$

$$\cos y y' = y^2 + x 2y y'$$

$$\cos y y' - x 2y y' = y^2$$

$$y' \cos y - 2xy y' = y^2$$

$$y' = \frac{y^2}{\cos y - 2xy}$$

$$y'' = \left(\frac{y^2}{\cos y - 2xy} \right)'$$

$$y'' = \frac{y^2 \cos y - 2xy - y^2 \cos y - 2xy}{\cos y - 2xy^2}$$

$$y'' = \frac{2y y' \cos y - 2xy - y^2 \sin y y' - 2y - 2x y'}{\cos y - 2xy^2}$$

$$y'' = \frac{2y \frac{y^2}{\cos y - 2xy} \cos y - 2xy - y^2 \left(-\sin y \frac{y^2}{\cos y - 2xy} - 2y - 2x \frac{y^2}{\cos y - 2xy} \right)}{\cos y - 2xy^2}$$

$$y'' = \frac{2y^3 - y^2 \left(-\sin y \frac{y^2}{\cos y - 2xy} - 2y - 2x \frac{y^2}{\cos y - 2xy} \right)}{\cos y - 2xy^2}$$

$$y'' = y^3 \frac{4 \cos y - 2xy + y \sin y + 2x}{\cos y - 2xy^3}$$

$$2) x^2 + 3xy - \cos y = 6$$

$$x^2 + 3xy - \cos y = 6$$

$$x^2 + 3xy - \cos y = 0$$

$$2x + 3y + 3xy' - \sin y y' = 0$$

$$3xy' + \sin y y' = -2x - 3y$$

$$y' (3x + \sin y) = -2x - 3y$$

$$y' = -\frac{2x + 3y}{3x + \sin y}$$

Продифференцируем уравнение (*)

$$3xy' + \sin y y'^2 = 2x - 3y$$

$$3y' + 3xy'' + \cos y y'y' + \sin y y'' = -2 - 3y'$$

$$3xy'' + \sin y y'' = -2 - 6y' - \cos y y'^2$$

$$3x + \sin y y'' = -2 - 6y' - \cos y y'^2$$

$$y'' = \frac{-2 - 6y' - \cos y y'^2}{3x + \sin y} = \frac{2 + 6\left(-\frac{2x+3y}{3x+\sin y}\right) + \cos y \left(-\frac{2x+3y}{3x+\sin y}\right)^2}{3x + \sin y}$$

$$= \frac{2(3x + \sin y)^2 - 6(2x+3y)(3x + \sin y) + \cos y (2x+3y)^2}{(3x + \sin y)^3}$$

$$= \frac{2(3x + \sin y)^2 - 6(2x+3y)(3x + \sin y) + \cos y (2x+3y)^2}{(3x + \sin y)^3}$$