

$$y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$$

1. Область определения: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

2. Пересечение с осями координат:

С осью абсцисс: $y(0) = 0$, т.е. точка $(0; 0)$

С осью ординат: $-\left(\frac{x}{x+2}\right)^2 = 0$; $x = 0$, точка $(0; 0)$

Следовательно, график данной функции пересекает оси координат только в одной точке - $(0; 0)$ (начало координат).

3. Так как область определения несимметрична относительно начала координат, то проверка на четность невозможна.

4. Интервалы знакопостоянства

Так как $-\left(\frac{x}{x+2}\right)^2 \leq 0$ для любого значения аргумента из области определения, то $y \leq 0$ для всех допустимых значений аргумента.

5. Интервалы монотонности и точки экстремума

$$y' = -2 \cdot \frac{x}{x+2} \cdot \frac{x+2-x}{(x+2)^2} = -4 \cdot \frac{x}{(x+2)^3}$$

Критические точки: $x_1 = 0$; $x_2 = -2$.

$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ функция убывает,

$x \in (-2; 0)$ - функция возрастает.

$(0; 0)$ - точка максимума.

6. Интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба

$$y'' = -4 \cdot \frac{(x+2)^3 - x \cdot 3(x+2)^2}{(x+2)^6} = -4 \cdot \frac{x+2-3x}{(x+2)^4} = -8 \cdot \frac{1-x}{(x+2)^4}$$

$-8 \cdot \frac{1-x}{(x+2)^4} = 0$; $x = 1$. Знак второй производной будет зависеть только от

знака числителя, поэтому:

$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1)$ - график функции выпуклый,

$x \in (1; +\infty)$ - график функции вогнутый.

$\left(1; -\frac{1}{9}\right)$ - точка перегиба.

7. Асимптоты

Так как $\lim_{x \rightarrow -2 \pm 0} y(x) = \infty$, то прямая $x = -2$ - вертикальная асимптота.

Уравнение наклонной асимптоты будет искать в виде $y = kx + b$.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\left(\frac{x}{x+2}\right)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x(x+2)^2} = 0;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\left(\frac{x}{x+2}\right)^2 \right) = -1$$

Следовательно, $y = -1$ будет наклонной (горизонтальной) асимптотой.

