

$$1) y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (x-2)^2}$$

1) Область определения ф-ции:

$$D(y) = \mathbb{R}$$

2) Точки пересечения с осями к-т:

$$Ox : y=0 \quad \sqrt[3]{x^2(x-2)^2}=0$$

$$x=0 \text{ или } x=2$$

Получаем 2 точки: $(0;0)$ и $(2;0)$

$$Oy : x=0 \quad y(0)=0$$

точка $(0;0)$

3) Ф-ция общего вида, т.к

$$y(-x) = \sqrt[3]{(-x)^2 \cdot (-x-2)^2} = \sqrt[3]{x^2 \cdot (x+2)^2} \neq$$

$$\neq y(x) \neq -y(x)$$

4) Экстремумы и монотонность

находим первую производную:

$$y'(x) = \left(\sqrt[3]{x^2(x-2)^2} \right)' = \left(x^{\frac{2}{3}} \cdot (x-2)^{\frac{2}{3}} \right)'$$

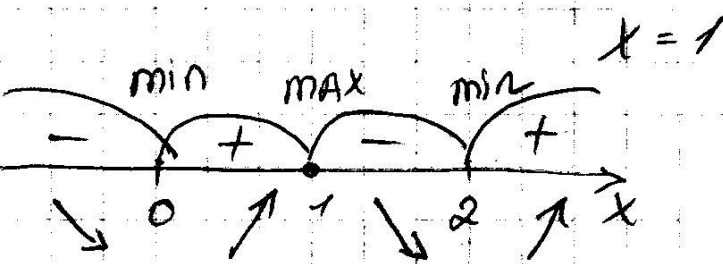
$$= \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^2}} \cdot (2x(x-2)^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{2}{3}} \cdot 2(x-2)^{-\frac{1}{3}})$$

$$= \frac{2x^3 - 8x^2 + 8x + 2x^3 - 4x^2}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} = \frac{4x \cdot (x^2 - 3x + 2)}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} =$$

$$= \frac{4x \cdot (x-1)(x-2)}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} = \frac{4x^{-\frac{2}{3}}(x-1) \cdot (x-2)^{-\frac{4}{3}}}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{x-1}{\sqrt[3]{x \cdot (x-2)^4}}$$

$$y'(x) = 0 \quad \frac{x-1}{\sqrt[3]{x(x-2)}} = 0 \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{matrix}$$



f -циса убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup [1; 2)$

f -циса возрастает при $x \in (0; 1] \cup (2; +\infty)$

$$f_{\min} = f(0) = 0$$

$$f_{\max} = f(1) = 1$$

$$f_{\min} = f(2) = 0.$$

5) Направление выпуклости и точки перегиба:

находим вторую производную:

$$y''(x) = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{x-1}{\sqrt[3]{x(x-2)}} \right)' = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{x(x-2)} - (x-1)}{\sqrt[3]{x^2(x-2)^2}}$$

$$= \frac{4 \sqrt[3]{x^2(x-2)^2} \cdot ((x-2) + x)}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} = \frac{4 \cdot x^2 - 2x - 2}{3 \sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} =$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{x^2 - 2x - 2}{\sqrt[3]{x^4(x-2)^4}}$$

$$y''(x) = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{\sqrt[3]{x^4(x-2)^4}} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{array} \right.$$

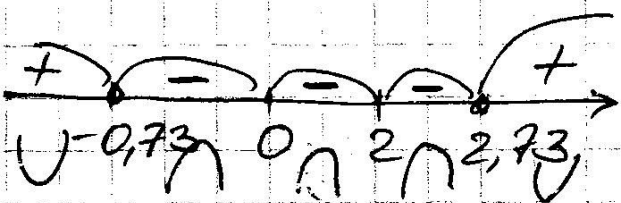
$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$D_1 = b^2 - 4ac = (-1)^2 + 2 = 3$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = -0,73$$

$$x_2 = 2,73$$



Ф-ция выпукла вниз при $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup$
 $\cup [1 + \sqrt{3}; +\infty)$

Ф-ция выпукла вверх при

$$x \in (1 - \sqrt{3}; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 1 + \sqrt{3})$$

Точки перегиба

$$y(1 - \sqrt{3}) \approx 1,582$$

$$y(1 + \sqrt{3}) \approx 1,587$$

б) Находим асимптоты

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2(x-2)^2}}{x} = \infty$$

накл. асимптота

7) строим график

